ОБ АСИМПТОТИЧЕСКИХ РЕШЕНИЯХ ДВУМЕРНЫХ УРАВНЕНИЙ ТИПА ХАРТРИ, ЛОКАЛИЗОВАННЫХ ВБЛИЗИ ОТРЕЗКОВ[1]

А.В. Перескоков[2] (Москва)
pereskokov62@mail.ru

Рассматривается задача на собственные значения для нелинейного уравнения типа Хартри в $L^2(\mathbb{R}^2)$

$$h^2\Big(\frac{\partial^2 g}{\partial x^2}+\frac{\partial^2 g}{\partial y^2}\Big)+\Big\{-V(x)-V_1(x,y^2)$$

$$-h^{1/3}\iint_{-\infty}^{\infty}\Sigma\left(\sqrt{(x-x')^2+(y-y')^2}\right)g^2(x',y')\,dx'dy'+\lambda\Big\}g=0, \tag{1}$$

$$\iint_{-\infty}^{\infty}g^2(x,y)\,dydx=1, \qquad \iint_{-\infty}^{\infty}yg^2(x,y)\,dydx=0, \tag{2}$$

где функция $\Sigma(z)$ при $z\geq 0$ определена формулой $\Sigma(z)=\ln(z^2)+F(z)$. Здесь $h\to 0$ — малый параметр, гладкая функция $V(x)$ имеет вид потенциальной ямы, а гладкие при $z\geq 0$ функции $V_1=V_1(x,z)$ и $F=F(z)$ растут на бесконечности не быстрее степени, причем $V_1(x,z)$ удовлетворяет условию $V_1(x,0)\equiv 0$. Задача состоит в том, чтобы вычислить асимптотические собственные функции $g=g(x,y,h)$, сосредоточенные вблизи отрезка, и найти асимптотику соответствующей серии собственных значений $\lambda=\lambda_n(h)$ при $h\to 0$ и n порядка h^{-1}.

Асимптотические решения уравнения (1), локализованные вблизи отрезка $[\widetilde{x}_-,\widetilde{x}_+]$ прямой $y=0$, построены с помощью метода согласования асимптотических разложений. Используемые при этом локальные асимптотики выражаются через решения ряда новых модельных уравнений. Для нахождения дискретной серии асимптотических собственных значений $\lambda=\lambda_n(h)$ задачи (1),(2) получено правило квантования типа Бора – Зоммерфельда, которое содержит разложения по дробным степеням параметра h [1].

Литература

1. Pereskokov A. V. Semiclassical asymptotics of solutions to Hartree type equations concentrated on segments / A. V. Pereskokov // Journal of Mathematical Sciences. — 2017. — Vol. 226, No. 4. — pp. 462–516.

---

[1]