

**АСИМПТОТИКА СПЕКТРА ДВУМЕРНОГО  
ОПЕРАТОРА ХАРТРИ ВБЛИЗИ ЛОКАЛЬНОГО  
МАКСИМУМА СОБСТВЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ В  
СПЕКТРАЛЬНОМ КЛАСТЕРЕ<sup>1</sup>**

**А.В. Перескоков<sup>2</sup>** (Москва, НИУ ВШЭ, НИУ МЭИ)  
*pereskocov62@mail.ru*

Рассматривается задача на собственные значения для нелинейного оператора Хартри в  $L^2(\mathbb{R}^2)$  [1]

$$\begin{aligned} (\mathbf{H}_0 - \varepsilon \int_{\mathbb{R}^2} \ln |q - q'| |\psi(q')|^2 dq') \psi &= \lambda \psi, \\ \|\psi\|_{L^2(\mathbb{R}^2)} &= 1, \end{aligned}$$

где оператор

$$\mathbf{H}_0 = -\frac{1}{2} \left( \frac{\partial^2}{\partial q_1^2} + \frac{\partial^2}{\partial q_2^2} \right) + \frac{q_1^2 + q_2^2}{2}$$

является двумерным осциллятором,  $\varepsilon > 0$  — малый параметр.

В работе найдена серия асимптотических собственных значений вблизи локальных максимумов собственных значений в спектральных кластерах, которые образуются около уровней энергии невозмущенного оператора:

$$\lambda_{n,m}(\varepsilon) = n+1 - \frac{\varepsilon}{2} \ln \frac{n+1}{2} - \frac{7\varepsilon\zeta(3)}{2\pi^2} - \left( m^2 - \frac{1}{2} \right) \frac{\varepsilon}{\pi^2 n^2} \ln \frac{1}{\varepsilon} + O\left(\frac{1}{n^3}\right),$$

$n \rightarrow \infty$ . Здесь  $n$  имеет порядок  $\varepsilon^{-1}$ , числа  $m = 0, 2, 4, \dots$ , если  $n$  — четное, и  $m = 1, 3, 5, \dots$ , если  $n$  — нечетное. Иррациональное число  $\zeta(3) \approx 1,20205$  является значением дзета-функции Римана  $\zeta = \zeta(s)$ . Отметим, что эта серия описывает расщепление спектра оператора Хартри и содержит члены до третьего порядка по  $\varepsilon$ .

### Литература

1. Перескоков А.В. Квазиклассическая асимптотика спектра двумерного оператора Хартри вблизи локального максимума собственных значений в спектральном кластере // ТМФ. — 2020. — Т. 205, № 3. — С. 467–483.

<sup>1</sup>Результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России (проект FSWF-2020-0022).

<sup>2</sup>© Перескоков А.В., 2021