О ГРАНИЦЕ ОБЛАСТИ СУЩЕСТВОВАНИЯ АТТРАКТОРА ЛОРЕНЦА В СИСТЕМЕ ШИМИЦУ-МОРИОКА[1*]

Бобровский А.А.[1], Казаков А.О.[1,2], Сафонов К.А.[1,2]

[1]*Национальный исследовательский университет «Высшая школа экономики»*
[2]*Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского*

Работа посвящена изучению границы между аттрактором Лоренца и квазиаттрактором в системе Шимицу-Мориока

$$\begin{cases} \dot{x} = y, \\ \dot{y} = x(1-z) - \lambda y, \\ \dot{z} = -\alpha z + x^2, \end{cases}$$

где x, y, z – переменные, а α и λ - параметры. Хорошо известно [1], что для этой системы одной из важных бифуркационных кривых, отвечающих разрушению аттрактора Лоренца, является кривая зануления сепаратрисой величины. Сепаратрисная величина определяется как коэффициент A_1 в отображении возвращения в окрестности седлового состояния равновесия, имеющего вид

$$\begin{cases} \bar{\xi} = (\mu_1 + A_1 \cdot |\xi|^\nu + o(|\xi|^\nu)) \cdot sign(\xi), \\ \bar{\eta} = (\mu_2 + A_2 \cdot |\xi|^\nu + o(|\xi|^\nu)) \cdot sign(\xi), \end{cases}$$

и играющего ключевую роль в построении геометрической модели аттрактора Лоренца (см. [2]). В частности, на этой кривой существует счетное множество значений параметров, при которых система имеет пару (многообходных) гомоклинических траекторий к седловому состоянию равновесию. Согласно [3,4], при $\nu > \frac{1}{2}$ из каждой такой бифуркационной точки на области параметров выходят области существования ориентируемого и неориентируемого аттрактора Лоренца. Таким образом, область существования аттрактора в окрестности этой кривой имеет довольно сложную структуру.

В данной работе мы рассматриваем семейство одномерных отображений

$$\bar{\xi} = (-1 + A \cdot |\xi|^\nu + B \cdot |\xi|^{2\nu}) \cdot sign(\xi)$$

при $0 < \nu < 1$ и $B > 0$, полученное из отображения возвращения отбрасыванием уравнения для сильно сжимающей переменной и членов высокого порядка в первом уравнении, а также перенормировкой координат $\xi = -\mu_1 \cdot \xi_{new}$. Для данного семейства мы изучаем бифуркации, приводящие к рождению аттракторов Лоренца разных типов (ориентируемого и неориентируемого; с тривиальным и нетривиальными лакунами). Особое внимание уделяется малым значениям параметра A, соответствующих занулению сепаратрисной величины. Также мы устанавливаем соответствие между результатами численного исследования системы Шимицу-Мориока и изучения семейства одномерных отображений.

[1*] Работа выполнена при поддержке Лаборатории динамических систем и приложений, грант Министерства науки и высшего образования РФ соглашение № 075-15-2019-1931, а также при поддержке грант РНФ № 19-71-10048.

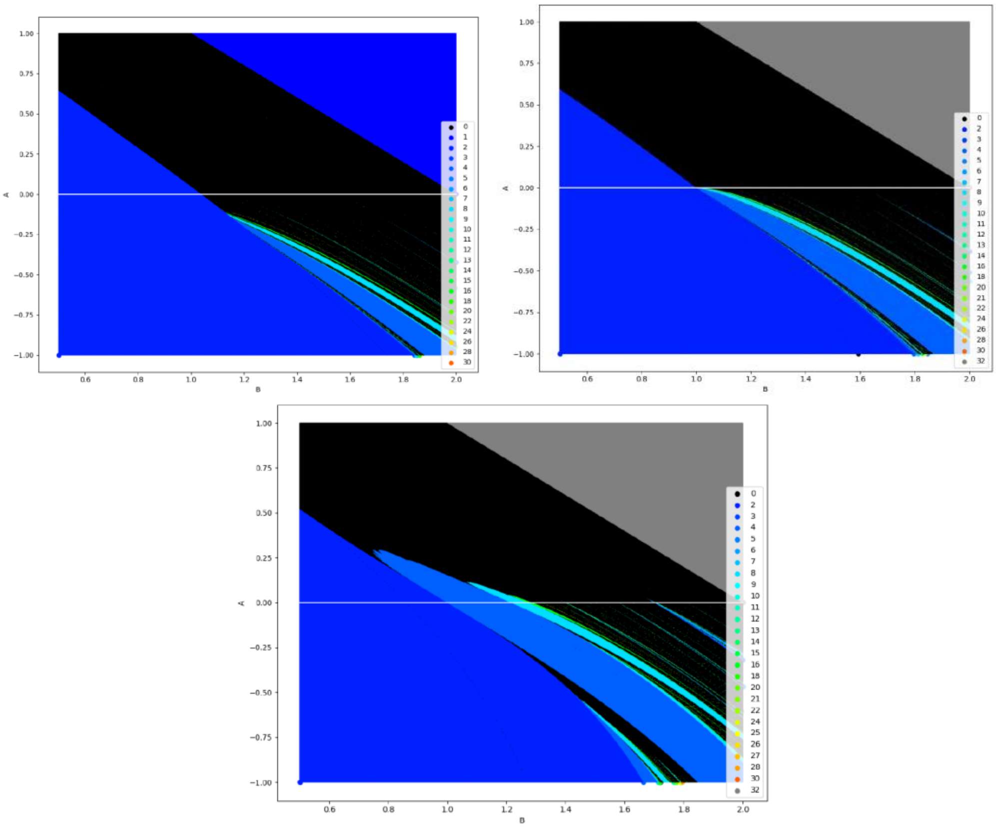

Рис. 1. Карта режимов для одномерного отображения на плоскости параметров A, B при а) $\nu = 0{,}4$, б) $\nu = 0{,}5$, в) $\nu = 0{,}6$. Черный цвет соответствует хаотическому поведению, остальные цвета отвечают существованию устойчивых периодических орбит различных периодов.

Литература

1. Shilnikov A. L. On bifurcations of the Lorenz attractor in the Shimizu-Morioka model //Physica D: Nonlinear Phenomena. – 1993. – Vol. 62. – No. 1-4. – pp. 338-346.
2. Afraimovich V. S., Bykov V. V., Shilnikov L. P. Attractive nonrough limit sets of Lorenz-attractor type //Trudy Moskovskoe Matematicheskoe Obshchestvo. – 1982. – Vol. 44. – pp. 150-212.
3. Shilnikov L.P. The bifurcation theory and quasi-hyperbolic attractors. Uspehi Mat. Nauk 36 (1981): 240-241.
4. Golmakani A., and A. J. Homburg. Lorenz attractors in unfoldings of homoclinic-flip bifurcations. Dynamical Systems 26.1 (2011): 61-76.